Termodinâmica Tutorial 7 O fator de Boltzmann

NOME _____

Considere o *sistema isolado* mostrado. Os microestados acessíveis têm rótulos $i = 1, 2, 3, 4, \dots$

Com que probabilidade o sistema será encontrado em um microestado particular i ?

$$P(i) =$$

$$\sum_i P(i) =$$

Considere agora um sistema s que NÃO esteja isolado, mas esteja em contato térmico com um reservatório R muito grande à temperatura T .

O “Universo” = Reservatório + sistema = $(R + s)$ está isolado.

Energia total $U_{\text{tot}} = U_R + E_i = \text{fixa}$.

Todos os μ estados acessíveis do sistema s são igualmente prováveis?

Tese: A probabilidade do sistema s ser encontrado no microestado i é $P(i) = C e^{-E_i/kT}$, onde C é uma constante.

Demonstração: Todos os μ estados acessíveis do Universo = $R+s$ são igualmente prováveis.

A probabilidade de que o Universo seja encontrado com o sistema s no μ estado i é:

$$P(i) \propto \# \mu\text{estados de } (R+s) \text{ com } s \text{ no } \mu\text{estado } i =$$

$$(\text{multiplicidade de } R \text{ quando } s \text{ está no } \mu\text{estado } i) \times (\text{multiplicidade de } s \text{ quando } s \text{ está no } \mu\text{estado } i)$$

Invente símbolos para esses fatores: $P(i) \propto$

A entropia do reservatório $S_R = k \ln \Omega_R$. [Não confunda a entropia S com o sistema s !] Obtenha Ω_R :

A entropia do reservatório é uma função de sua energia: $S_R(U_R) = S_R(U_{\text{tot}} - E_i)$. Escreva a expansão em série de Taylor desta equação. Note que $E_i \ll U_{\text{tot}}$.

Lembre que a temperatura é definida como $\frac{1}{T} = \frac{\partial S_R}{\partial U_R}$. Escreva expressões simplificadas para $S_R(U_{\text{tot}} - E_i)$ e $P(i)$.

$P(i) = C e^{-E_i/kT}$. Use seu conhecimento sobre probabilidades para determinar C .

A função de partição é definida como $Z = \sum_i e^{-E_i/kT}$. Escreva $P(i)$ em termos de Z .

Esboce um gráfico de $\exp(-E/kT)$ como função de E/kT .

$P(i) = \text{Prob}[s \text{ estar no estado } i]$ igual a $P(E_i) = \text{Prob}[s \text{ estar num estado de energia } E_i]$?

Defina $g(E) = \text{degenerescência de estados com energia } E$. Qual a relação entre $P(i)$ e $P(E_i)$?

Escreva uma expressão para $P(E)$, a probabilidade de que o sistema s seja encontrado em um estado de energia E .